اختبار متتاليات ونهاية متتالية 2026

أولاً: أجب عن الأسئلة الآتية: (10. درجات لكل سؤال)

1. إذا كانت $(u_n)_{n\geq 1}$ متتالية حسابية حيث $u_1 = 5$ وأساسها $r = 3$، فما قيمة مجموع الحدود العشرة الأولى S_{10}:

أ	155	ب	185	ج	200	د	230

2. لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $u_0 = 2\ ,u_{n+1} = 2u_n - 1$ أي مما يلي هو العلاقة الصريحة لـ u_n بدلالة n:

أ	$u_n = 1 + 2^n$	ب	$u_n = 2^n \times 3$	ج	$u_n = n^2 - 3$	د	$u_n = 2 + 2^n$

3. المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ حسابية حيث: $u_0 = -2\ ,u_1 = 6$ فإن الأساس r:

أ	4	ب	8	ج	-8	د	-4

4. المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ هندسية حيث $u_0 = -2\ ,q = 2$ فإن قيمة u_5 :

أ	-32	ب	-64	ج	32	د	64

5. إذا كانت $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية تمثل مضاعفات العدد 7، فأي من العلاقات التالية تعبر بشكل صريح عن u_n بدلالة n (حيث n عدد طبيعي)

أ	$4^n + 5$	ب	$n^3 + 2n$	ج	4^{n+5}	د	$2^{3n} - 1$

ثانياً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (50. درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: لتكن $(u_n)_{n\geq 0}$ و $(t_n)_{n\geq 0}$ المتتاليتان المعرفتان وفق: $u_n = \frac{1}{\sqrt{n^2+1}}\ ,t_n = -\frac{1}{n}$

أثبت أنهما متجاورتان، ثم عين نهايتهما المشتركة.

السؤال الثاني: نعرف المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ كما يأتي $v_0 = 2\ ,v_{n+1} = \sqrt{6 + v_n}$

والمطلوب:

1. أثبت أن $0 \leq v_n \leq 4$ لأي عدد طبيعي n.
2. أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ متزايدة تماماً.
3. استنتج أنها متقاربة، ثم احسب نهايتها.

السؤال الثالث: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ معرفة كما يلي: $u_0 = 2\ ,u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 1$ ونعرف المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ بـ: $v_n = u_n + 2$

1. برهن أن v_n متتالية هندسية وعين أساسها.
2. اكتب عبارة v_n بدلالة n، ثم استنتج u_n بدلالة n.
3. إذا كان $S_n = v_0 + v_1 + \ldots\ldots + v_n$ احسب S_n بدلالة n

---

السؤال الرابع: المتتالية $(w_n)_{n\geq 0}$ معرفة كما يلي:

$$w_n = 2 - \frac{2}{3} - \frac{2}{9} - \frac{2}{27} - \dots\dots - \frac{2}{3^n}$$

1) اكتب w_n بصيغة مجموع متتالية هندسية.
2) استنتج أن $(w_n)_{n\geq 0}$ متقاربة واحسب نهايتها.

فارس جقل