الموضوع ◆ سلم تصحيح اختبار الرياضيات والاستقاق

◆ السؤال الأول: ap: 60

5 $f(-1)=0$ ...①

5 $f'(-1)=0$ ...②

5 $f(-1)=\frac{a(-1)^2+b(-1)+1}{-1-1}=\frac{a-b+1}{-2}=0$

5 $\Rightarrow \boxed{a-b+1=0}$ ...①

5 $f'(x)=\frac{(2ax+b)(x-1)-1(ax^2+bx+1)}{(x-1)^2}$

$f'(-1)=\frac{(2a(-1)+b)(-2)-(a(-1)^2-b+1)}{(-1-1)^2}$

5 $0=\frac{(-2a+b)(-2)-a+b-1}{4}$

$4a-2b-a+b-1=0$

5 $\boxed{3a-b-1=0}$ ...②

5 من ①: $a=b-1$

نعوض في ②:

5 $3b-3-b-1=0$

$2b-4=0 \Rightarrow \boxed{b=2}$ 5 $\boxed{a=1}$ 5

5 $\boxed{f(x)=\frac{x^2+2x+1}{x-1}}$

◆ السؤال الثاني: ap: 50

$f(x)=x^3+x+1$

التابع مستمر واستقاقي على $]-\infty,+\infty[$

5 $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

5 $f'(x)=3x^2+1$

$f'(x)=0 \Rightarrow 3x^2+1=0 \Rightarrow 3x^2=-1$

5 $x^2=\frac{-1}{3}$

5 مستقاة أولى في $\mathbb{R}$

| $x$ | $-\infty$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $+\infty$ |

(5×3)

5 التابع مستمر ومتزايد تماما على $]-1,0[$

5 $0\in f(]-1,0[)=]-1,1[$

$f(-1)\times f(0)=-1\times 1=-1<0$ أو

$\Leftarrow$ للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد في $]-1,0[$

◆ السؤال الثالث: ap: 100

$f(x)=\frac{x^2-3}{x^2-4}$ ①

$D_f=]-\infty,-2[\cup]-2,2[\cup]2,+\infty[$

التابع مستمر واستقاقي على

$]-\infty,-2[\cup]-2,2[\cup]2,+\infty[$

(3) 5 $\lim_{x\to-\infty} f(x)=1$

(2) $-\infty$ من جوار $x\to-\infty$ // $x'x$ معادلة أفقي $y=1$ $\Leftarrow$

(3) 5 $\lim_{x\to-2^-} f(x)=\frac{1}{0^+}=+\infty$

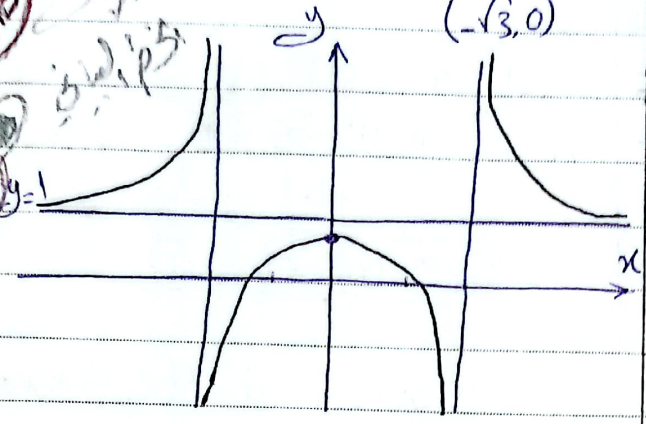
(2) 5 $x=-2$ معادلة شاقولي $\Leftarrow$

// $yy'$ واخذ $c$ على يسار المعادلة

إذا $x=\sqrt{3}$ أو $x=-\sqrt{3}$

$(\sqrt{3},0)$

$(-\sqrt{3},0)$




## إشكال الرابع: /20

$f(x)=x-3+\sqrt{x-1}$ (1)

$]1,+\infty[$ تابع مستمر واستقاق على

$\lim_{x\to 1^+} f(x)=-2$

$\lim_{x\to +\infty} f(x)=+\infty$

نقطة $(1,-2)$ نصف مقارنة

$f'(x)=1+\frac{1}{2\sqrt{x-1}}>0$

| $x$ | $1$ | $+\infty$ |
|---|---|---|
| $f'(x)$ | $\|$ | $+$ |
| $f(x)$ | $-2$ | $\nearrow$ $+\infty$ |

(2) تابع مستمر ومتزايد تماما على $]1,+\infty[$

$0\in ]1,+\infty[=]-2,+\infty[$

$\lim_{x\to -2^+} f(x)=\frac{1}{0^+}=+\infty$

$x=-2$ معادلة لمقارب موازي لـ $yy'$ والمنحنى $C$ على يمينه

$\lim_{x\to -2^-} f(x)=\frac{1}{0^-}=-\infty$

$x=-2$ معادلة لمقارب موازي لـ $yy'$

والمنحنى $C$ على يساره

$\lim_{x\to 2^+} f(x)=\frac{1}{0^+}=+\infty$

$x=2$ معادلة لمقارب موازي لـ $yy'$

والمنحنى $C$ على يمينه

$\lim_{x\to +\infty} f(x)=1$

$y=1$ معادلة لمقارب أفقي لـ $xx'$ في جوار $+\infty$

$f'(x)=\frac{2x(x^2-4)-2x(x^2-3)}{(x^2-4)^2}$

$=\frac{2x^3-8x-2x^3+6x}{(x^2-4)^2}=\frac{-2x}{(x^2-4)^2}=0$

$-2x=0 \Rightarrow \boxed{x=0}$

| $x$ | $-\infty$ | $-2$ | $0$ | $2$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $+$ | $\|$ $+$ | $0$ $-$ | $\|$ $-$ | |
| $f(x)$ | $1\nearrow$ | $+\infty$ $\|$ $-\infty$ | $\nearrow \frac{3}{4}$ | $\|$ $+\infty$ $\searrow$ | $1$ |

$f(0)=\frac{3}{4}$ (قيمة حدية كبرى)

(2) نعرف نقاط مساعدة:

$x=0 \Rightarrow y=\frac{3}{4}$ $\quad (0,\frac{3}{4})$

$f(x)=0 \Rightarrow \frac{x^2-3}{x^2-4}=0 \Rightarrow x^2=3$

ص 90

## السؤال السادس: (أ)

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{x^3\sin\frac{1}{x}-0}{x-0}=\lim_{x\to 0}\frac{x^3\sin\frac{1}{x}}{x}$$

$$\lim_{x\to 0}x^2\sin\frac{1}{x}$$

لأن $\sin(\infty)$ مفقود نستخدم الحصر:

$$-1\le\sin\frac{1}{x}\le 1$$

نضرب بـ $x^2$ ولأن $x^2$ موجبة لا تغير الترتيب:

$$-x^2\le x^2\sin\frac{1}{x}\le x^2$$

$$\lim_{x\to 0}(-x^2)=0$$

$$\lim_{x\to 0}x^2=0$$

$$\Rightarrow\lim_{x\to 0}x^2\sin\frac{1}{x}=0$$

التابع قابل للاشتقاق عند الصفر.

$$f'(x)=3x^2\sin\frac{1}{x}+\left(-\frac{1}{x^2}\right)\cos\frac{1}{x}(x^3)$$

$$=3x^2\sin\frac{1}{x}-x\cos\frac{1}{x}$$

$$\lim_{x\to\pm\infty}x^2\cdot x\sin\frac{1}{x}=\lim_{x\to+\infty}x^2\frac{\sin\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}$$

$$=+\infty(1)=+\infty$$

لأن: $\lim_{t\to 0}\frac{\sin t}{t}=1$

$$y-f(a)=f'(a)(x-a)$$

$$y-f(2)=f'(2)(x-2)$$

$$y-0=\frac{3}{2}(x-2)$$

$$\Rightarrow y=\frac{3}{2}x-3$$

## السؤال الخامس: (أ)

ص 80

$$f(x)=\frac{x^2+|x|}{x^2+1}$$

$$f(x)=\frac{x^2-x}{x^2+1}$$

$$\lim_{x\to-\infty}f(x)=1$$

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}=\lim_{x\to 0^+}\frac{\frac{x^2+x}{x^2+1}-0}{x-0}$$

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{x^2+x}{x^3+x}=\frac{0}{0}$$ أي

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{x(x+1)}{x(x^2+1)}=1$$

$\Rightarrow$ التابع قابل للاشتقاق عند (0) من اليمين.

$\Rightarrow$ نقبل عاس مائل معادلته

$$y-f(0)=f'(0)(x-0)$$

$$y-0=1(x-0)$$

$$y=x$$

الموضوع

100 من 100

## السؤال السابع:

1) $f(x) = x - \sin x$

لبيان أن f متصلة على $(\infty)$ نستخدم الحصر:

$-1 \leq \sin x \leq 1$ (10)

نضرب في (-1) وتغير جهة المتباينة:

$1 \geq -\sin x \geq -1$ (10)

نضيف x: $x+1 \geq x-\sin x \geq x-1$ (10)

$\lim_{x \to +\infty} x+1 = +\infty$ (10)

$\lim_{x \to +\infty} x-1 = +\infty$ (10)

$\Rightarrow \lim_{x \to +\infty} x-\sin x = +\infty$ (10)

2) $f'(x) = 1 - \cos x \geq 0$ (20)

لأن: $\cos x \leq 1$ (10)

$\Rightarrow$ f تابع متزايد (10)

انتهى السؤال ♥