

القرن الثالث: د. 60
 $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 1}$

(5) $f(x) - y_\Delta = x + \sqrt{x^2 + 1} - 2x$
 (5) $= \sqrt{x^2 + 1} - x$

(5) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - y_\Delta) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x) = +\infty - \infty$ ع.ت

نقرب البسط والمقام بالرافعة:

(5) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x^2 + 1} - x)(\sqrt{x^2 + 1} + x)}{(\sqrt{x^2 + 1} + x)} =$

(5) $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 1 - x^2}{\sqrt{x^2 + 1} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + x} = 0$

(5) $\Leftarrow y = 2x$ مقارب مائل في $+\infty$

(5) دراسة الوضع لـ $y = 2x$:

(5) $f(x) - y_\Delta = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + x} > 0$

(5) الخ C فوق المقارب.

(5) $\sqrt{x^2 + 1} > x$ لأن:

$f(x) = \frac{2x^2 + \cos^2 x}{x}$ د. 60

$= 2x + \frac{\cos^2 x}{x}$

(5) $f(x) - y_\Delta = 2x + \frac{\cos^2 x}{x} - 2x = \frac{\cos^2 x}{x}$

(5) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - y_\Delta = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\cos^2 x}{x}$

لأن $\cos^2$ محدود بين 0 و 1

سليم وتصبح الاختبار النهائي

(5) القرن الأول: د. 50

(5) $f(x) - y_\Delta = x + 3 - \frac{1}{x^2} - (x + 3) = -\frac{1}{x^2}$

(5) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - y_\Delta) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-\frac{1}{x^2}\right) = 0$

(5) $\Leftarrow y = x + 3$ مقارب مائل في $+\infty$

لدراسة الوضع لـ $y = x + 3$ ندرس إشارة الفرق

(5) $f(x) - y_\Delta = \frac{1}{x^2} < 0$

(5)

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	—	—	—
$f(x)$	Δ C Δ	C	Δ C Δ

(10) القرن الثاني: د. 60
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

(10) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

(5+5) $f(0) = 2$ (قيمة محلية صغرى)

(5+5) $f(4) = 6$ (قيمة محلية كبرى)

(10)

(10)

$]0, 4[$

(3) حل وافر

(4)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(2 + \frac{3}{x})}{\sqrt{x^2} \cdot \sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}} + x}$$

(5)

$$0 \leq \cos^2 x \leq 1$$

لقيم على x سالبة وثقير الجبرية.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(2 + \frac{3}{x})}{|x| \sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(2 + \frac{3}{x})}{x \sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}} + x} \quad (5)$$

$$0 \geq \frac{\cos^2 x}{x} \geq \frac{1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 0 = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\cos^2 x}{x} = 0 \quad (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(2 + \frac{3}{x})}{x(\sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}} + 1)} = \frac{2+0}{\sqrt{1+0+0}+1} = 1 \quad (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0 \quad (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + 2x + 3} + x$$

(2)

$$= +\infty - \infty \quad \text{ع.م}$$

$$(5) \quad y = 2x \quad \text{مقارب طائفي في الجواب}$$

$$(5) \quad f(x) - y = \frac{\cos^2 x}{x} < 0 \quad \text{دراسة الفرق المميز}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(\sqrt{x^2 + 2x + 3} + x)(\sqrt{x^2 + 2x + 3} - x)}{(\sqrt{x^2 + 2x + 3} - x)}$$

(5)

الآن $0 < 3$ مقارب

$$\cos^2 x \geq 0 \quad x < 0$$

الفرق كذا هو

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 2x + 3 - x^2}{\sqrt{x^2 + 2x + 3} - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 3}{\sqrt{x^2 + 2x + 3} - x}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x(2 + \frac{3}{x})}{\sqrt{x^2(1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2})} - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x(2 + \frac{3}{x})}{\sqrt{x^2} \cdot \sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}} - x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 2x + 3} - x \quad (1)$$

$$= +\infty - \infty \quad \text{ع.م}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x(2 + \frac{3}{x})}{|x| \sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}} - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x(2 + \frac{3}{x})}{-x \sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}} - x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x^2 + 2x + 3} - x)(\sqrt{x^2 + 2x + 3} + x)}{\sqrt{x^2 + 2x + 3} + x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2x + 3 - x^2}{\sqrt{x^2 + 2x + 3} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 3}{\sqrt{x^2 + 2x + 3} + x}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x(2 + \frac{3}{x})}{x(-\sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}} - 1)} = \frac{2+0}{-\sqrt{1+0+0}-1} = \frac{2}{-2} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(2 + \frac{3}{x})}{\sqrt{x^2(1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2})} + x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x(2 + \frac{3}{x})}{-x\sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} + 1}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 + \frac{3}{x}}{-\sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} + 1}}$$

$$= \boxed{-1}$$

التمرين السادس: (65)

$$10 \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 5}}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2(1 + \frac{5}{x^2})}}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{1 + \frac{5}{x^2}}}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{1 + \frac{5}{x^2}} = 1 = a$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - x$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 5} - x$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x^2 + 5} - x)(\sqrt{x^2 + 5} + x)}{\sqrt{x^2 + 5} + x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 5 - x^2}{\sqrt{x^2 + 5} + x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{\sqrt{x^2 + 5} + x} = 0 = b$$

$$y = x \quad \Leftarrow \text{معادلة المقارب المائل}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{1}{\sqrt{x}} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{\sqrt{x}} = 0$$

$$y = x + 1 \quad \Leftarrow \text{مقارب مائل في الجوار +\infty}$$

التمرين الخامس: (65)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 2x + 3} - x \quad [1]$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x^2 + 2x + 3} - x)(\sqrt{x^2 + 2x + 3} + x)}{\sqrt{x^2 + 2x + 3} + x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2x + 3 - x^2}{\sqrt{x^2 + 2x + 3} + x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(2 + \frac{3}{x})}{\sqrt{x^2(1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2})} + x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(2 + \frac{3}{x})}{x(\sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}} + 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \frac{3}{x}}{\sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}} + 1} = \boxed{1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + 2x + 3} + x \quad [2]$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(\sqrt{x^2 + 2x + 3} + x)(\sqrt{x^2 + 2x + 3} - x)}{\sqrt{x^2 + 2x + 3} - x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 2x + 3 - x^2}{\sqrt{x^2 + 2x + 3} - x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x(2 + \frac{3}{x})}{\sqrt{x^2(1 + \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2})} - x}$$

المرتب السابع: (50) 40.40

5 $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(n) = 3$

5 $|f(n) - 3| < 0,1$

5 $\left| \frac{3n+4}{n+1} - 3 \right| < \frac{1}{10}$

5 $\left| \frac{3n+4-3n-3}{n+1} \right| < \frac{1}{10}$

5 $\left| \frac{1}{n+1} \right| < \frac{1}{10}$

5 $\frac{1}{n+1} < \frac{1}{10}$

5 $n+1 > 10$

5 $n > 9$

التهنئة السَّلم



أ. فارس جقل

أ. جوى العلي

400x1,5